22.12.23 математика 1ст

Тема: «Определенный интеграл.»

Если F — первообразная для f на $[a; b]$, то

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a). \qquad (3)$$

Формула (3) называется *формулой Ньютона — Лейбница.* Она верна для любой функции f, непрерывной на отрезке $[a; b]$.

Пример 1. Вычислим $\int_{-1}^{2} x^2 dx$.

Поскольку для x^2 одной из первообразных является $\frac{x^3}{3}$,

$$\int_{-1}^{2} x^2 dx = \frac{2^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = 3.$$

Или

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b \qquad (4)$$

Пример 2. Вычислим

$$\int_0^{\pi} \sin x\,dx.$$

Пользуясь введенными обозначениями, получим:

$$\int_0^{\pi} \sin x\,dx = -\cos x\Big|_0^{\pi} = -\cos\pi - (-\cos 0) = 2.$$

Упражнения

Вычислите интегралы (357—358).

357.— а) $\int_{-1}^{2} x^4 dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$; в) $\int_1^3 x^3 dx$; г) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$.

Таблица первообразных:

$f(x)$	$F(x)+C$
k – число	kx
x	$\frac{x^2}{2}$
x^2	$\frac{x^3}{3}$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
e^x	e^x
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$tg\, x$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-ctg\, x$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\frac{1}{kx+b}$	$\frac{1}{k}\cdot\ln(kx+b)$
$(kx+b)^p$	$\frac{(kx+b)^{p+1}}{p+1}$
$\sin(kx+b)$	$-\frac{1}{k}\cdot\cos(kx+b)$
$\cos(kx+b)$	$\frac{1}{k}\sin(kx+b)$
e^{kx+b}	$\frac{1}{k}\cdot e^{kx+b}$